

NAO Sight Reduction Table

Die **NAO Sight Reduction Table** begegnet dem Astronavigator zumeist im Nautical Almanac [NA]. Allein deswegen aber auch durch den Umstand, daß es sich um die mit 32 Seiten kompakteste aller astronavigatorischen Tafeln überhaupt handelt, ist diese Tafel insbesondere für die Notfall-Navigation interessant.

Aber wie nahezu bei jedem Ding auf dieser Welt stehen den Vorteilen stets auch Nachteile gegenüber. Diese bestehen hier darin, daß es sich zum einen um eine rechenort-basierte Tafel handelt (wie die HO 249 u.a.), zum anderen aber zahlreiche Zwischenrechnungen und Vorzeichenregeln zu bewältigen sind, wodurch die Eignung zur Notfall-Navigation wieder sehr eingeschränkt wird. Denn zur Beherrschung dieser Tafel ist zweifellos eine regelmäßige Anwendung vonnöten, nicht erst am Tage X in der Rettungsinsel.

Im Buch [1], Abschnitt 4.3.4, wird daher die *NAO Sight Reduction Table* lediglich vorgestellt mit eben jenem Warnhinweis der NAO, man möge diese Tafel nur im Notfall benutzen, wenn nichts besseres zur Verfügung steht. Dieser Warnhinweis wird – man mag darin eine gewisse Ironie sehen – noch dadurch bestärkt, daß die im [NA] enthaltene Darstellung samt Rechenformular *NAO Concise Reduction Form* unglücklich gestaltet ist. Dadurch war es dem Autor jedenfalls nicht im ersten Anlauf gelungen, seine Beispielrechnungen mit der NAO-Tafel erfolgreich durchzuführen.

Nun melden sich aber mitunter engagierte Leser, hier in Gestalt des österreichischen Ingenieurs und Hochseeseglens THOMAS GANTIOLER, die einen als Autor dazu motivieren, die eine oder andere Sache doch noch zu bearbeiten. Daher widmet sich diese Ergänzungslieferung den NAO-Tafeln, ihrer Anwendung und dem mathematischen Hintergrund.

Einleitung

Die **NAO Sight Reduction Table** (kurz: NAO-Tafeln) wurden laut BURCH [2] von den US-Amerikanern Konteradmiral THOMAS D. DAVIES (1914-1991) und PAUL M. JANICZEK (1937-) entwickelt mit dem Ziel, sehr kompakte Tafeln zum Höhenverfahren zu schaffen. Vorläufer in dieser Entwicklung waren die *Ageton Tables* sowie die *Dreisenstock Tables*.

Seit 1989 sind die NAO-Tafeln fester Bestandteil des Nautical Almanac [NA] – zunächst allerdings ohne zugehöriges Formular. Damit ist die praktische Anwendbarkeit dieser Tafeln zumindest für mathematisch Ungeübte wesentlich erschwert. Ab 2006 ändert sich das aber. BURCH spricht in [2] von einem im [NA] enthaltenen, einspaltigen Formular, das immer noch besser als gar keines sei. Er hält dagegen, daß sein eigenes (Workform 106) geeigneter sei. Ganz Unrecht hat er damit nicht. Das NAO-Formular hat tatsächlich entscheidende Schwächen. Die NAO-Tafeln sind außerdem im *Long Term Almanac* [4] von KOLBE enthalten einschließlich Workform 106.

Es handelt sich bei den NAO-Tafeln – wie bereits oben erwähnt – um Tafeln, die auf einem *Rechenort* basieren, d.h. Breite und Ortsstundenwinkel werden ganzgradig auf- bzw. abgerundet, so wie es in [1] für die HO 249 im Abschnitt 4.3.3

ausführlich beschrieben wird. Gleiches gilt bekanntlich für die in Abschnitt 4.3.5 behandelten, niederländischen *Record Tables* von LIEUWEN. Mit letzteren haben die NAO-Tafeln im übrigen weitere gemeinsame Eigenschaften, wie sich im folgenden zeigen wird.

Mathematische Grundlagen

Vorangestellt sei zunächst die Darstellung eines Winkels $x > 0$, wie sie im Rahmen der NAO-Tafeln nach [2], [4] Anwendung findet. Da Winkel grundsätzlich in nautischer Form, also Grad und Minuten angegeben werden, gilt

$$x = x^\circ + x', \quad (1)$$

wobei x° den ganzgradigen Anteil und x' den Minutenwert von x wiedergibt. Parallel dazu kann man aber einen Winkel x derart in einen ganzgradigen Wert \bar{x} runden, daß das Ergebnis möglichst wenig vom gegebenen Wert abweicht. Wir kennen das als **Abrunden** im Falle von

$$\bar{x} = x^\circ \quad \text{für } x' < 30'$$

bzw. **Aufrunden** mit

$$\bar{x} = x^\circ + 1^\circ \quad \text{für } x' \geq 30'.$$

Demzufolge läßt sich der Winkel x auch zerlegen in

$$x = \begin{cases} \bar{x} + x' & \text{für } x' < 30', \\ \bar{x} - (60' - x') & \text{für } x' \geq 30'. \end{cases} \quad (2)$$

Im Buch [1] waren ab-/aufgerundete Winkel durch die Schreibweise $x|_{\text{gerundet}}^\circ$ dargestellt worden. Für $x > 0$ ist das natürlich dasselbe wie \bar{x} .

Für den **Rechenort** werden zunächst Breite und Ortsstundenwinkel ab-/aufgerundet entsprechend

$$\text{LAT} := |\overline{\varphi}| = |\varphi|_{\text{gerundet}}^\circ,$$

$$\text{LHA} := \bar{t} = t|_{\text{gerundet}}^\circ.$$

Dabei gilt für den vollkreisigen Ortsstundenwinkel wie immer $t \in [0^\circ, 360^\circ[$, d.h. Vielfache von 360° sind ggf. hinzuaddieren/abzuziehen. Die Rückrechnung auf die Länge des Rechenortes erfolgt dann bekanntlich durch

$$\text{LONG} = \begin{cases} \text{LHA} - \text{GHA} = t|_{\text{gerundet}}^\circ - t_{\text{Gr}} & \text{für Ostlänge,} \\ \text{GHA} - \text{LHA} = t_{\text{Gr}} - t|_{\text{gerundet}}^\circ & \text{für Westlänge.} \end{cases}$$

Und für die Deklination erscheint je nach dem, welches Formular man verwendet,

$$\text{Dec} := |\delta| = d \quad \text{oder} \quad \text{D} := |\delta| = d.$$

Das weitere Vorgehen erfolgt wie bei den *Record Tables*: Das nautisch-astronomische Dreieck als (beliebiges) sphärisches Dreieck wird durch den Einbau einer „Höhe“ A in zwei rechtwinklige sphärische Dreiecke zerlegt, für die entsprechend den NAPIERSchen Regeln einfachere Gesetze gelten (vgl. Abb. 1). Die unbekannte Größe A darf dabei nur als Zwischengröße auftreten.

Wir sind hier also in der vorteilhaften Situation, daß die entscheidenden Herleitungen für die NAO-Tafeln bereits vorliegen und nur noch dem Abschnitt 4.3.5 aus [1] entnommen werden müssen. Nun sind aber die Größenbezeichnungen, die DAVIES und JANICZEK vorsehen, etwas verschieden von denen, die in Abschnitt 4.3.5 verwendet werden. Um den Bezug zu erleichtern, werden in nachfolgend aufgeführten Definitionen und Gleichungen die „alten“ **Bezeichnungen nach Abschnitt 4.3.5** in **blau** hinzugefügt. In gleicher Weise werden auch die Gleichungsnummern zitiert.

Als erstes werden mit Hilfe der Gleichungen (4.7,8,9)^[1] die Stücke A , B und Z_1 des polseitigen Dreiecks (vgl. [1]/Abb. 4.2a) berechnet. Man erhält

$$A := a = \arcsin[\cos[\text{LAT}] \sin[\text{LHA}]] , \quad \text{vgl. (4.9)}^{[1]} \quad (3)$$

$$B := 90^\circ - K = \arctan[\cot[\text{LAT}] \cos[\text{LHA}]] , \quad \text{vgl. (4.7)}^{[1]} \quad (4)$$

$$Z_1 := Z_1 = \operatorname{arccot}[\sin[\text{LAT}] \tan[\text{LHA}]] . \quad \text{vgl. (4.8)}^{[1]} \quad (5)$$

Alle drei Größen können durchaus auch negative Werte annehmen. Vertafelt sind erwartungsgemäß nur die Beträge, so daß hier **Vorzeichenregeln** notwendig werden. Tatsächlich geschieht dies aber nur für B und Z_1 , nämlich durch

$$\left. \begin{array}{ll} B \geq 0 & \text{für } -90^\circ \leq \text{LHA} \leq 90^\circ , \\ B < 0 & \text{für } 90^\circ < \text{LHA} < 270^\circ , \end{array} \right\} \quad (6)$$

was aus (4) mit einer Quadrantenbetrachtung des $\cos[\text{LHA}]$ in Verbindung mit der Eigenschaft $\tan[-x] = -\tan x$ des Tangens hervorgeht. Denn die Breite hat keinen Einfluß auf die Vorzeichensituation, da LAT als Betrag definiert und außerdem $\leq 90^\circ$ ist. Für Z_1 gilt aufgrund von (5) zunächst

$$\left. \begin{array}{ll} Z_1 \geq 0 & \text{für } 0^\circ \leq \text{LHA} \leq 90^\circ , \\ Z_1 < 0 & \text{für } 90^\circ < \text{LHA} \leq 180^\circ \end{array} \right\} \quad (7)$$

oder, was für die hiesige Anwendung gleichbedeutend ist,

$$\operatorname{sgn}[Z_1] = \operatorname{sgn}[B] \quad \text{für } 0^\circ \leq \text{LHA} \leq 180^\circ . \quad \text{vgl. (3.19)}^{[1]} \quad (8)$$

Diese Aussage folgt aus einer Kombination von (4) und (5) zu

$$\tan B \tan Z_1 = \frac{\cos[\text{LAT}]}{\sin^2[\text{LAT}]} \frac{\cos^2[\text{LHA}]}{\sin[\text{LHA}]} \geq 0 \quad \text{für } 0^\circ < \text{LHA} < 180^\circ .$$

Da das Vorzeichen eines Tangens auf dem Hauptast grundsätzlich gleich dem des Argumentes ist ($\operatorname{sgn}[\tan x] = \operatorname{sgn}[x]$), kann das Produkt BZ_1 nur dann nichtnegativ sein, wenn das für den $\sin[\text{LHA}]$ im Nenner auf der rechten Seite auch gilt. Alle

anderen Terme haben keinen Einfluß auf die Vorzeichenlage. Die Einschränkung des Ortsstundenwinkels auf den Bereich $0...180^\circ$ schadet in der Praxis nichts, da der Azimut halbkreisig gezählt wird, so daß dabei ohnehin zwischen westlich und östlich stehendem Gestirn unterschieden werden muß.

Dagegen wird A , dessen Vorzeichen negativ wird, wenn der Ortsstundenwinkel die 180° überschreitet (Gestirn steht dann östlich), in den NAO-Tafeln grundsätzlich als Betragsgröße behandelt. Das ist insofern sinnvoll, da bei der Berechnung des Azimutes aus Gründen, die in Abschnitt 2.5 aus [1] ausführlich erläutert werden, grundsätzlich die Fallunterscheidung zwischen westlich und östlich stehenden Gestirnen erfolgen muß. Und auf die Höhe H des Gestirnes hat das Vorzeichen von A keinen Einfluß, wie sich im folgenden anhand von (10) feststellen läßt.

Als zweites werden unter Verwendung von (4.10,11)^[1] die Stücke F , H und Z_2 des gestirnsseitigen Dreiecks (vgl. [1]/Abb. 4.2b) berechnet. Die erstere wird definiert als Komplementärgröße zu $K - \delta$ gemäß

$$F := 90^\circ - (K - \delta) = (90^\circ - K) + \delta = B \pm \text{Dec}, \quad (9)$$

wobei bei Dec das positive (negative) Vorzeichen gilt, wenn LAT und Dec gleichnamig (ungleichnamig) sind.

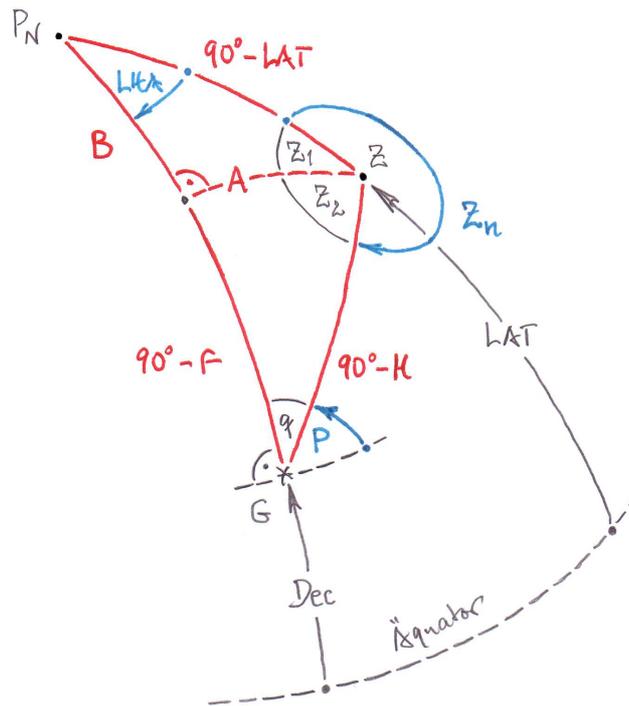


Abb. 1 Nautisch-astronomisches Grunddreieck mit den Bezeichnungen der NAO-Tafeln

Es folgt die Berechnung der Höhe und des zweiten Azimutbestandteiles zu

$$H := h = \arcsin[\cos A \sin F], \quad \text{vgl. (4.10)}^{[1]} \quad (10)$$

$$Z_2 := Z_2 = \operatorname{arccot}[\sin A \tan F], \quad \text{vgl. (4.11)}^{[1]} \quad (11)$$

wobei die darin eingehenden Größen A, F später aus Gründen der Tafelermittlung als ganzgradig gemittelte, d.h. als \bar{A} und \bar{F} , vorzusehen sind. Diese Vorgehensweise, die den „Tatbestand“ einer Näherungslösung erfüllt, ist grundsätzlich machbar. Es gibt aber insbesondere bei einer Größe Probleme, nämlich der Höhe, an welche die Genauigkeitsanforderung **Höhenfehler** $< 1'$ gestellt wird. Dieser Anforderung genügt die nach (10) mit \bar{A}, \bar{F} ermittelte Höhe nicht.

Während man den Fehler bei Z_2 ignoriert, werden für die Höhe also noch Korrekturmaßnahmen nötig, um die noch nicht berücksichtigten Minuten

$$A - \bar{A} = \begin{cases} A' & \text{für } A' < 30' \\ A' - 60' & \text{für } A' \geq 30' \end{cases}$$

sowie

$$F - \bar{F} = \begin{cases} F' & \text{für } F' < 30' \\ F' - 60' & \text{für } F' \geq 30' \end{cases}$$

in entsprechende Höhenkorrekturwerte umzurechnen. Zu diesem Zweck führt man zu dem sphärischen Winkel q , welcher im nautisch-astronomischen Grunddreieck im Gestirnsunkt G angetragen ist (vgl. Abb. 1), den zugehörigen Komplementärwinkel

$$P := 90^\circ - q$$

ein. Der Winkel q ist in [1]/Abb. 4.2b zwar nicht eingetragen, findet sich daselbst aber als $\alpha = q$ im blauen Dreieck wieder, so daß sich aus der NAPIERSchen Regel zunächst

$$\cos b' = \cot a' \cot \alpha = \tan a \cot \alpha \quad \text{Cotangens-Regel}$$

mit $a = A$ und $b' = F$ die neue Beziehung

$$\cos F = \tan A \cot q = \tan A \tan P \left(= \frac{\sin A}{\cos A} \tan P \right)$$

ergibt. Daraus läßt sich zum einen mit

$$P = \arctan[\cot A \cos F] \quad (12)$$

eine Berechnungsgleichung für P angeben, zum anderen aber auch

$$\cos A \cos F = \sin A \tan P. \quad (13)$$

Weiterhin erhält man aus (11)

$$\sin A \sin F = \cos F \cot Z_2 . \quad (14)$$

Die letzten beiden Gleichungen werden im folgenden für die Höhenkorrekturwerte benötigt.

Die **Linearapproximation**¹ einer Funktion zweier Variablen, zum Beispiel in Gestalt von $u(x, y)$, erfolgt aufgrund des vollständigen Differentials durch

$$u(x, y) - u(x_0, y_0) \approx \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x - x_0) + \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (y - y_0) .$$

Dabei bildet das Wertepaar (x_0, y_0) den Stützpunkt der Approximation. Für die Darstellung der Höhe als Funktion von F und A übernehmen die gerundeten Werte (\bar{F}, \bar{A}) diese Rolle, so daß sich die rechnerische Höhe H_c durch

$$H_c - H(\bar{A}, \bar{F}) \approx \left. \frac{\partial H}{\partial F} \right|_{\substack{F=\bar{F} \\ A=\bar{A}}} (F - \bar{F}) + \left. \frac{\partial H}{\partial A} \right|_{\substack{F=\bar{F} \\ A=\bar{A}}} (A - \bar{A}) \quad (15)$$

approximieren läßt.

Was **partielle Ableitungen** sind, wurde in der Ergänzungslieferung Nr. 2 bereits erklärt. Wir leiten nun die Gleichung

$$\sin H = \cos A \sin F \quad \text{vgl. (10)}$$

auf beiden Seiten (unter Berücksichtigung der Kettenregel) partiell nach F und A ab und erhalten ($H \neq \pm 90^\circ$)

$$\begin{aligned} \frac{d \sin H}{dH} \frac{\partial H}{\partial F} &= \cos A \frac{d \sin F}{dF} , & \frac{d \sin H}{dH} \frac{\partial H}{\partial A} &= \frac{d \cos A}{dA} \sin F , \\ \cos H \frac{\partial H}{\partial F} &= \cos A \cos F , & \cos H \frac{\partial H}{\partial A} &= -\sin A \sin F , \\ \frac{\partial H}{\partial F} &= \frac{\cos A \cos F}{\cos H} , & \frac{\partial H}{\partial A} &= -\frac{\sin A \sin F}{\cos H} . \end{aligned}$$

Nachdem die partiellen Ableitungen der Höhe nach F und A mit

$$\frac{\partial H}{\partial F} = \frac{\cos A \cos F}{\cos H} , \quad \frac{\partial H}{\partial A} = -\frac{\sin A \sin F}{\cos H} \quad (16)$$

bekannt sind, werden für die praktische Ermittlung derselben im Rahme der NAO-Tafel mehrere Vereinfachungen notwendig. Als erstes werden (13), (14) in (16) eingesetzt, was auf

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial F} &= \frac{\sin A \tan P}{\cos H} , & \frac{\partial H}{\partial A} &= -\frac{\cos F \cot Z_2}{\cos H} \\ &= \frac{\sin A}{\cos H} \frac{\sin P}{\cos P} , & &= -\frac{\cos F}{\cos H} \frac{\cos Z_2}{\sin Z_2} \end{aligned} \quad (16a)$$

¹ vgl. [3], Abschnitt 1.5.9. Dort wird das im Rahmen der Fehlerrechnung erklärt.

führt. Als zweites wird $\frac{\sin A}{\cos H}$ auf P und $\frac{\cos F}{\cos H}$ auf Z_2 zurückgeführt. Zu diesem Zweck wird der sphärische Sinussatz zweimal auf das gestirnsseitige Dreieck angewendet (vgl. Abb. 1). Man bekommt

$$\frac{\sin A}{\sin q} = \frac{\sin[90^\circ - F]}{\sin Z_2} = \frac{\sin[90^\circ - H]}{\sin[90^\circ]},$$

$$\frac{\sin A}{\cos P} = \frac{\cos F}{\sin Z_2} = \cos H$$

bzw.

$$\frac{\sin A}{\cos H} = \cos P, \quad \frac{\cos F}{\cos H} = \sin Z_2,$$

was wiederum in (16a) eingesetzt wird:

$$\frac{\partial H}{\partial F} = \sin P, \quad \frac{\partial H}{\partial A} = -\cos Z_2. \quad (16b)$$

Für die Größen P, Z_2 können tafelbedingt allerdings auch wieder nur die gerundeten Werte \bar{P}, \bar{Z}_2 eingesetzt werden. Damit nehmen die partiellen Ableiten zwar nicht exakt die Werte an der Stützstelle (\bar{F}, \bar{A}) an, aber näherungsweise ist das vertretbar. Letztlich erhält man

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial F} \Big|_{\substack{F=\bar{F} \\ A=\bar{A}}} &\approx \frac{\partial H}{\partial F} \Big|_{P=\bar{P}} = \sin \bar{P}, \\ \frac{\partial H}{\partial A} \Big|_{\substack{F=\bar{F} \\ A=\bar{A}}} &\approx \frac{\partial H}{\partial A} \Big|_{Z=\bar{Z}_2} = -\cos \bar{Z}_2, \end{aligned} \right\} (17)$$

was durch Einsetzen in (15) schließlich auf die (endgültige) rechnerische Höhe

$$H_c \approx H(\bar{A}, \bar{F}) + \underbrace{(F - \bar{F}) \sin \bar{P}}_{=: \text{corr}_1} - \underbrace{(A - \bar{A}) \cos \bar{Z}_2}_{=: \text{corr}_2} \quad (18)$$

führt. Dazu werden die beiden Korrekturterme, welche zur (vorläufigen) Höhe

$$H(\bar{A}, \bar{F}) = \arcsin[\cos \bar{A} \sin \bar{F}] \quad (10a)$$

hinzuzuaddieren sind, formal durch

$$\left. \begin{aligned} \text{corr}_1 &:= (F - \bar{F}) \sin \bar{P}, \\ \text{corr}_2 &:= -(A - \bar{A}) \cos \bar{Z}_2 \end{aligned} \right\} (19)$$

definiert.

Zusätzlich zu den oben hergeleiteten **Vorzeichenregeln** werden allerdings noch weitere erforderlich. So ergibt sich das Vorzeichen der Höhe H nach (10) wegen $\cos A \geq 0$ als das gleiche wie dasjenige von F , mithin

$$\text{sgn}[H] = \text{sgn}[F], \quad (20)$$

was in der nautischen Praxis aber von untergeordneter Wichtigkeit ist, da Gestirne mit negativer Höhe unter dem (wahren) Horizont liegen und einer Höhenbeobachtung nun mal nicht zugänglich sind. Das Vorzeichen von Z_2 „hängt“ ebenfalls an F . Aus (11) entnimmt man unmittelbar

$$\left. \begin{aligned} Z_2 &\rightarrow 180^\circ - Z_2 && \text{für } F < 0, \\ Z_2 &\geq 0 && \text{für } 0 \leq F \leq 90^\circ, \\ Z_2 &< 0 && \text{für } F > 90^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

da A als Betragsgröße keinen Einfluß auf die Vorzeichenlage von Z_2 hat. Aus ebendiesem Grund läßt sich aus (12) mit

$$\left. \begin{aligned} P &\geq 0 && \text{für } F \leq 90^\circ, \\ P &< 0 && \text{für } F > 90^\circ \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

eine ähnliche Vorzeichenregel entnehmen.

Für die erste Höhenkorrektur bekommt man, wenn man in (19) $(F - \overline{F})$ durch die nicht berücksichtigten Minuten von F ersetzt (siehe oben)

$$\text{corr}_1 = \begin{cases} F' \sin \overline{P} & \text{für } F' < 30' \\ -(60' - F') \sin \overline{P} & \text{für } F' \geq 30'. \end{cases} \quad (19a)$$

Unter Verwendung von (22) ergibt sich hier

$$\left. \begin{aligned} \text{corr}_1 &< 0 && \text{für } \begin{cases} F < 90^\circ \text{ und } F' \geq 30' \\ F > 90^\circ \text{ und } F' < 30', \end{cases} \\ \text{corr}_1 &= 0 && \text{für } F = 90^\circ \text{ oder } F' = 0, \\ \text{corr}_1 &> 0 && \text{für } \begin{cases} F < 90^\circ \text{ und } F' < 30' \\ F > 90^\circ \text{ und } F' \geq 30'. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Entsprechend erhält man aus (12)

$$\text{corr}_2 = \begin{cases} -A' \cos \overline{Z}_2 & \text{für } A' < 30' \\ (60' - A') \cos \overline{Z}_2 & \text{für } A' \geq 30' \end{cases} \quad (19b)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \text{corr}_2 &\geq 0 && \text{für } A' \geq 30', \\ \text{corr}_2 &< 0 && \text{für } A' < 30'. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Abschließend erfolgt nun die Berechnung² der **rechnerische Höhe** $h_r \equiv H_c$ durch Einsetzen von (19a,b) in (18) zu

$$\boxed{H_c = H(\overline{A}, \overline{F}) + \text{corr}_1 + \text{corr}_2}. \quad (25)$$

² Da die Genauigkeit als hinreichend angesehen wird, nun mit $=$ (statt mit \approx wie in (18)).

Und der **Azimut** ergibt sich mit (5), (11) zunächst zu

$$Z = |Z_1 + Z_2|, \tag{26}$$

was sich – wie bei der HO 249 – in die vollkreisige Form $\alpha_{Az} \equiv Z_n$ mit

$$\mathbf{N\ LAT} \begin{cases} \text{LHA} > 180^\circ \dots\dots Z_n = Z \\ \text{LHA} < 180^\circ \dots\dots Z_n = 360^\circ - Z \end{cases} \quad \mathbf{S\ LAT} \begin{cases} \text{LHA} > 180^\circ \dots\dots Z_n = 180^\circ - Z \\ \text{LHA} < 180^\circ \dots\dots Z_n = 180^\circ + Z \end{cases} \tag{27}$$

umrechnen läßt.

Aufbau und Gebrauch der Tafeln

Vergleicht man den „Dreierblock“ der Gleichungen (3), (4), (5) mit den Gleichungen (10), (12) und (11) (in genau dieser Reihenfolge), so ist unübersehbar, daß diese dem Schema

$$\left. \begin{aligned} u &= \arcsin [\cos x \sin y] \\ v &= \arctan [\cot x \cos y] \\ w &= \operatorname{arccot} [\sin x \tan y] \end{aligned} \right\} \tag{28}$$

genügen, also grundsätzlich gleich aufgebaut sind. Daraus erwächst die für eine Tafelrealisierung überaus vorteilhafte Situation, sechs Größen mit nur zwei Tafelzugriffen zu bestimmen. Dieses geschieht in der **Haupttafel** entsprechend

1. Zugriff		2. Zugriff	
Eingang x, y	Werte $\rightarrow u, v, w$	Eingang x, y	Werte $\rightarrow u, v, w$
LAT, LHA	$\rightarrow A = A^\circ + A'$	$\overline{A}, \overline{F}$	$\rightarrow H = H^\circ + H'$
	$\rightarrow B = B^\circ + B'$		$\rightarrow P = P^\circ + P'$
	$\rightarrow Z_1$		$\rightarrow Z_2$

Aber auch die beiden Höhenkorrekturen lassen sich in einer Tafel „vereinigen“, da sich die darin enthaltenen $\sin \overline{P}$ und $\cos \overline{Z}_2$ mit Hilfe von

$$\cos \overline{Z}_2 = \sin [90^\circ - \overline{Z}_2]$$

„parallelisieren“ lassen, indem man bei \overline{Z}_2 einfach die Eingangsspalte invertiert, so wie man es von trigonometrischen Tafeln gewohnt ist. So lassen sich die Höhenkorrekturen aus der **Hilftafel** (*auxiliary table*) gemäß

1. Zugriff		2. Zugriff	
Eingang	Wert	Eingang	Wert
F', \overline{P}	$\rightarrow \text{corr}_1$	A', \overline{Z}_2	$\rightarrow \text{corr}_2$

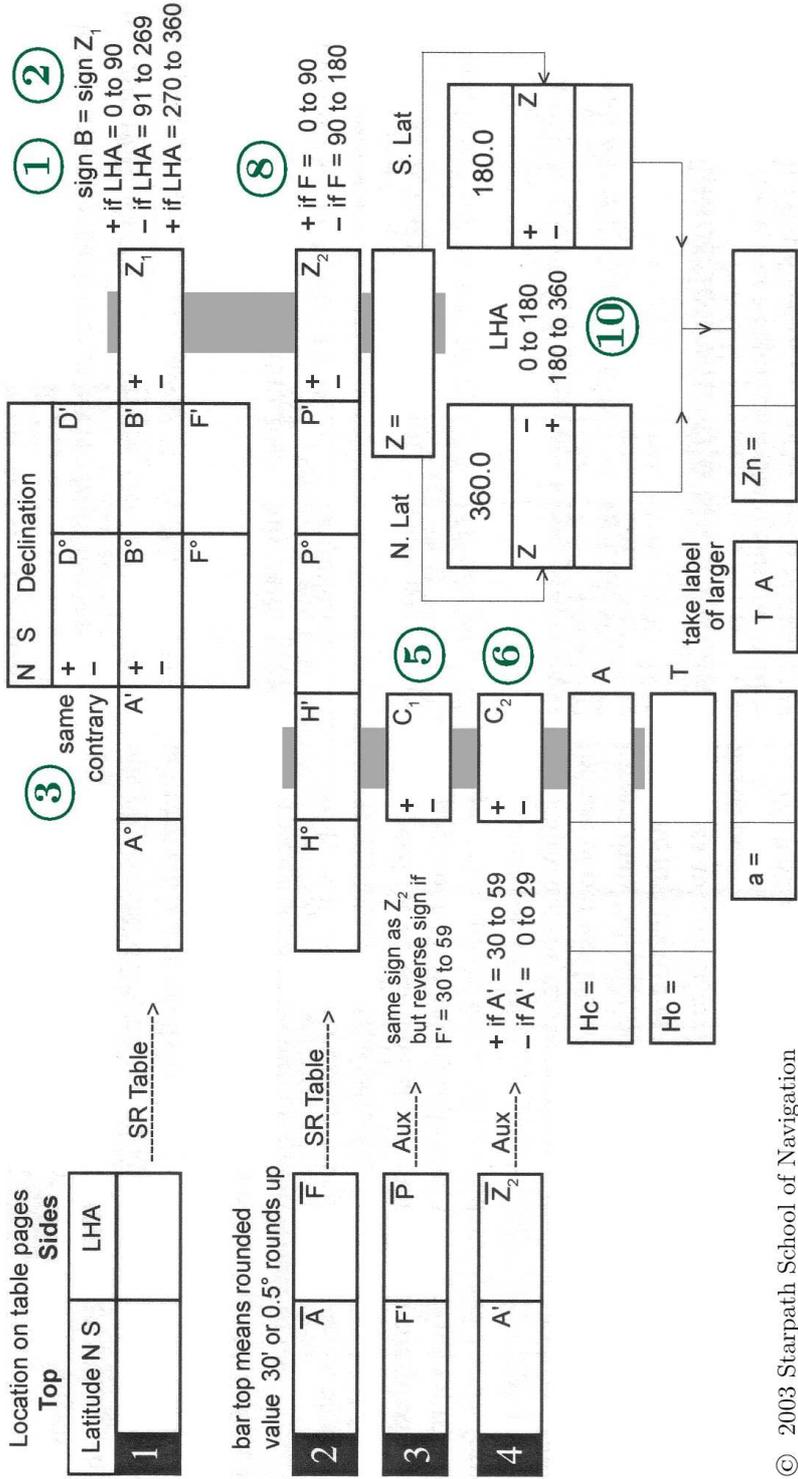
bestimmen.

Es lassen sich also sämtliche Größen, die zur Berechnung von Höhe und Azimut benötigt werden, aus einer Haupttafel (30 Seiten) und einer Hilfstafel (2 Seiten) mit nur vier Zugriffen entnehmen. Das ist eine geniale Vereinfachung! Leider handelt man sich im Gegenzug zehn **Vorzeichenregeln** ein und damit „beste Chancen“ auf Rechenfehler.

Die **Vorgehensweise** bei Anwendung der NAO-Tafeln ist folgende:

1. Für den geigten Ort wird – wie bei der HO 249 – zunächst der Ortsstundenwinkel berechnet. Anschließend werden Breite und Ortsstundenwinkel ganzgradig auf-/abgerundet, mit letzterem die Rückrechnung auf die Rechenortlänge **LONG** durchgeführt. → **LAT, LHA**
2. Mit den Größen **LAT** (→ **Spalte**), **LHA** (→ **Zeile**) werden der Haupttafel die Werte für A , B und Z_1 entnommen. Dabei wird A zu \overline{A} auf-/abgerundet. Der Minutenwert A' wird später aber noch benötigt.
 - ① Das Vorzeichen von B wird nach (6) bestimmt.
 - ② Das Vorzeichen von Z_1 wird nach (8) bestimmt. → \overline{A}, A', B, Z_1
3. Die Größen B und Dec werden nach (9) algebraisch zu F summiert.
 - ③ Das Vorzeichen bei Dec ist positiv (negativ), wenn **LAT** und Dec gleichnamig (ungleichnamig) sind.
 - ④ F wird bis auf weiteres als Betrag angesehen.
Das Vorzeichen von F wird erst ab Punkt 7. benötigt. Durch Auf-/Abrunden wird nun \overline{F} gebildet, F' wird aber später noch gebraucht. → F, F'
4. Mit den Größen \overline{A} (→ **Spalte**), \overline{F} (→ **Zeile**) werden der Haupttafel die Werte für H , P und Z_2 entnommen. Dabei wird P zu \overline{P} auf-/abgerundet, der Minutenwert P' spielt keine Rolle mehr. → H, \overline{P}, Z_2
5. Mit den Größen F' (→ **Spalte**), \overline{P} (→ **Zeile**) wird der Hilfstafel der Wert für corr_1 entnommen.
 - ⑤ Das Vorzeichen von corr_1 wird nach (23) bestimmt. → corr_1
6. Mit den Größen A' (→ **Spalte**), \overline{Z}_2 (→ **Zeile**) wird der Hilfstafel der Wert für corr_2 entnommen.
 - ⑥ Das Vorzeichen von corr_2 wird nach (24) bestimmt. → corr_2
7. Gemäß (25) werden nun zur (vorläufigen) Höhe H die Korrekturen corr_1 und corr_2 algebraisch hinzuaddiert, womit die (endgültige) rechnerische Höhe H_c bekannt ist.
 - ⑦ Das Vorzeichen von H_c wird nach (20) bestimmt. → H_c
8. Die Azimutbestandteile Z_1 und Z_2 werden nach (26) algebraisch summiert unter Beachtung von:
 - ⑧ Das algebraische Z_2 muß zuvor nach (21) bestimmt werden.
 - ⑨ Nach (26) ist das Vorzeichen von $Z_1 + Z_2$ zu ignorieren.
Damit ist Z bestimmt. Der vollkreisige Azimut Z_n ergibt sich ...
 - ⑩ ... nach den Umrechnungsregeln (27) bezügl. Nord- und Südhalbkugel für westlich oder östlich stehendes Gestirn. → Z_n

Date & UT of observation h m s	Body	Estimated Latitude & Longitude ° ' ° '
Step	Calculate Altitude & Azimuth	Summary of Rules & Notes
Assumed latitude	$Lat = \quad \circ$	Nearest estimated latitude, integral number of degrees.
Assumed longitude	$Long = \quad \circ \quad '$	Choose $Long$ so that LHA has integral number of degrees.
1. From the almanac:	$Dec = \quad \circ \quad '$	Record the Dec for use in Step 3.
GHA Aries h	$= \quad \circ \quad '$	Needed if using SHA . Tabular value for minutes and seconds of time.
Increment $^m \quad ^s$	$= \quad \circ \quad '$	
SHA	$SHA = \quad \circ \quad '$	
$GHA = GHA$ Aries + SHA	$GHA = \quad \circ \quad '$	Remove multiples of 360° .
Assumed longitude	$Long = \quad \circ \quad '$	West longitudes are negative.
$LHA = GHA + Long$	$LHA = \quad \circ$	Remove multiples of 360° .
2. Reduction table, 1 st entry (Lat, LHA) = (\circ , \circ) record A, B and Z_1 .	$A = \quad \circ \quad ' \quad A^\circ = \quad \circ$ $A' = \quad '$	nearest whole degree of A . minutes part of A .
	$B = \quad \circ \quad ' \quad Z_1 = \quad \circ$	B is minus if $90^\circ < LHA < 270^\circ$. ① Z_1 has the same sign as B . ②
3. From step 1 $F = B + Dec$	$Dec = \quad \circ \quad ' \quad F = \quad \circ \quad ' \quad F^\circ = \quad \circ$ $F' = \quad '$	Dec is minus if contrary to Lat . ③ Regard F as positive until step 7. ④ nearest whole degree of F . minutes part of F .
4. Reduction table, 2 nd entry (A°, F°) = (\circ , \circ) record H, P and Z_2 .	$H = \quad \circ \quad ' \quad P^\circ = \quad \circ$ $Z_2 = \quad \circ$	nearest whole degree of P .
5. Auxiliary table, 1 st entry (F', P°) = ($'$, \circ) record $corr_1$	$corr_1 = \quad '$	$corr_1$ is minus if $F < 90^\circ$ & $F' > 29'$, ⑤ or if $F > 90^\circ$ & $F' < 30'$.
6. Auxiliary table, 2 nd entry (A', Z_2°) = ($'$, \circ) record $corr_2$	$corr_2 = \quad '$	Z_2° nearest whole degree of Z_2 . $corr_2$ is minus if $A' < 30'$. ⑥
7. Calculated altitude = $H_C = H + corr_1 + corr_2$	$H_C = \quad \circ \quad ' \quad \underline{\hspace{2cm}}$	H_C is minus if F is negative, and object is below the horizon. ⑦
8. Azimuth, 1 st component 2 nd component $Z = Z_1 + Z_2$	$Z_1 = \quad \circ$ $Z_2 = \quad \circ$ $Z = \quad \circ$	Z_1 has the same sign as B . ② Z_2 is minus if $F > 90^\circ$. ⑧ If F is negative, $Z_2 = 180^\circ - Z_2$ Ignore the sign of Z . ⑨
True azimuth	$Z_N = \quad \circ$	⑩ N Lat: If $LHA > 180^\circ$, $Z_N = Z$, or if $LHA < 180^\circ$, $Z_N = 360^\circ - Z$, S Lat: If $LHA > 180^\circ$, $Z_N = 180^\circ - Z$, or if $LHA < 180^\circ$, $Z_N = 180^\circ + Z$. ©HMNAO



NAO-Formular vs. Workform 106

Um die zahlreichen Vorzeichenregeln sicher(!) zu bewältigen, d.h. insbesondere wenn die Astronavigation „nur“ als Ersatzbetriebslösung oder gar im Notfall in der Rettungsinsel betrieben werden soll, ist ein gutes Formular geradezu überlebenswichtig. Denn diese Navigatoren können sich oftmals nicht auf Routine stützen. Nach Kenntnisstand des Autors stehen bislang zwei Formulare zur Verfügung. In Vorbereitung eines Törns oder gar einer längeren Zeit auf See sollte man eines davon in größerer Anzahl bevorraten.

Das **NAO-Formular** (siehe S. 12) ist in jeder Ausgabe des Nautical Almanac [NA] vorhanden. Aufgrund des Originalformates von $10'' \times 7''$ ist es sinnvoll, beim Kopieren auf DIN A 4 zu vergrößern.³ Das Formular selbst ist dreispaltig aufgebaut. In der Spalte links sind die einzelnen Schritte des Verfahrens aufgelistet. An einigen Stellen sind auch Werte einzutragen. Die mittlere Spalte ist den Rechenoperationen vorbehalten, und in der rechten Spalte finden sich allerlei „Regieanweisungen“, insbesondere auch, was die Vorzeichen angeht. Die Darstellung auf S. 12 ist um die Nummern ①, ..., ⑩ der Vorzeichenregeln ergänzt.

Das NAO-Formular ist leider mit einer ganz wesentlichen Schwäche ausgestattet: Es wird dort formal nicht unterschieden zwischen dem ganzgradigen Anteil x° eines Winkels und dem ganzgradig auf- oder abgerundetem Wert \bar{x} . Für beides wird die Schreibweise x° verwendet. Mathematisch ist das fragwürdig. Vom Standpunkt des Praktikers ist es immerhin noch ein ziemlich unglücklicher Kompromiß – insbesondere unter den oben erwähnten Bedingungen der Nichttroutiniertheit.

Wird diese Tatsache übersehen, so hat man im Falle von $x' < 30'$ das Glück, daß daraus wegen $\bar{x} = x^\circ$ keine Konsequenzen erwachsen. Im Falle von $x' \geq 30'$ stellt sich ein Fehler von 1° ein. Bereits bei nur einer von den vier betroffenen Größen A , F , P und Z_2 genügt das, um ein unbrauchbares Endergebnis zu erzeugen.

Man kann natürlich einwenden, daß im Nautical Almanac [NA] alles genau beschrieben ist. Nur nutzt das nichts, wenn an Bord durch Ausfall von Geräten oder gar Schlimmerem naturgemäß Stress aufkommt. Dann liest man keine „Aufsätze“ mehr, wie das denn nun zu machen wäre. Dann zählt nur noch das „Idiotensichere“ und das „drillmäßig Eingübte“ – wie beim Militär!

Die **Workform 106** (siehe S. 13) wurde – wie bereits erwähnt – von dem US-amerikanischen Navigationslehrer DAVID BURCH entworfen. Das Formular ist in [2] und [4] enthalten und kann bei BURCH's Navigationsschule⁴ erworben werden. Kopieren ist offensichtlich nicht vorgesehen. Die Unterscheidung zwischen x° und \bar{x} ist darin realisiert, die Deklination ist hier mit D bezeichnet (statt mit Dec) und die Höhenkorrekturen mit C_1 , C_2 (statt $corr_1$, $corr_2$). Ansonsten ist das Formular fast selbsterklärend. Lediglich die Betragsbildung von Z (vgl. hierzu (26)) geht aus dem Formular nicht hervor, wird aber in den zugehörigen „Short Instructions“ angesprochen.

³ Das Formular darf frei kopiert werden, solange der Urheber erkennbar ist, vgl. [NA].

⁴ www.starpath.com

Beispiele

Im Buch [1] waren die grundlegenden Beispiele 7 und 8 für das Höhenverfahren mit der jeweils aktuellen Lösungsmethode gezeigt worden. Das soll hier für die NAO-Tafeln fortgeführt werden. Da diese nun aber Bestandteil des Nautical Almanac sind, wurden ebendiesem sinnvollerweise auch die Ephemeriden entnommen.

Beispiel 7^{NAO}: Am 14.06.2009 befindet sich der Schiffsort auf der Ostsee ungefähr bei $54^\circ 57' \text{N}$, $13^\circ 32' \text{E}$ als geitem Ort. Um 13.40.28 UT wird der Sonnenunterrand mit $47^\circ 18.6'$ bei einer Augeshöhe von 2 m gemessen. Die Indexbeschickung des Sextanten beträgt $-1.2'$. Zu berechnen sind nun Δh und α_{Az} .

1. Der **Nautical Almanac [NA]** liefert für die Sonne

$$\begin{array}{rcl}
 & 014^\circ 55.5' & \text{für } 13 \text{ UT} \\
 + & 10^\circ 07.0' & \text{für } 40^{\text{m}} 28^{\text{s}} \\
 \hline
 & 1 & 1 \\
 t_{\text{Gr}} = \text{GHA} & = 25^\circ 02.5' & \text{für } 13.40.28 \text{ UT} , \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & 23^\circ 17.1' \text{ N} & \text{für } 13 \text{ UT} \\
 + & 0.1' & \text{Corr}^n \text{ für } d = 0.1' \\
 \hline
 \text{Dec} & = 23^\circ 17.2' \text{ N} & \text{für } 13.40 \text{ UT} . \\
 \hline
 \end{array}$$

Anschließend wird, da die geite Länge als Ostlnge vorliegt, der Ortsstundenwinkel gemäß

$$t = t_{\text{Gr}} + \lambda_{\text{E}}$$

berechnet:

$$\begin{array}{rcl}
 & 25^\circ 02.5' & = t_{\text{Gr}} \\
 + & 13^\circ 32.0' & = \lambda_{\text{E}} \\
 \hline
 t & = 38^\circ 34.5' . \\
 \hline
 \end{array}$$

Für den Tafelgang wird nun als erstes die geite Breite von $54^\circ 57' \text{N}$ auf die Breite des Rechenortes mit

$$\varphi_{\text{r}} = 55^\circ \text{ N} , \quad \text{LAT} = 55^\circ$$

aufgerundet. Als zweites wird hier der Ortsstundenwinkel von $38^\circ 34.5'$ auf

$$t|_{\text{gerundet}} = \text{LHA} = 39^\circ$$

ebenfalls aufgerundet. Die Rückrechnung liefert dann die (Ost-)Länge des Rechenortes gemäß

$$\begin{array}{rcl}
 39^\circ 00.0' & = & \text{LHA} \\
 - 25^\circ 02.5' & = & \text{GHA} \\
 \hline
 & & \begin{array}{c} 1 \quad 11 \\ \hline \end{array} \\
 \lambda_r = \text{LONG} & = & \underline{\underline{13^\circ 57.5' \text{ E.}}}
 \end{array}$$

Als drittes wird der Deklinationsbetrag (auf volle Minuten gerundet) zu

$$\text{Dec} = 23^\circ 17'$$

festgelegt. Somit gehen aus den vorangegangenen Rechnungen zwei „Zahlenblöcke“ hervor: Zum einen der **Rechenort** mit

$$\begin{array}{l}
 \varphi_r = 55^\circ \text{ N} \\
 \lambda_r = 13^\circ 57.5' \text{ E}
 \end{array} ,$$

welcher den geißten Schiffsort für das weitere Vorgehen in jeder Hinsicht ersetzt, und zum anderen für die weitere Rechnung die Größen

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{LAT} = 55^\circ \\
 \text{Dec} = 23^\circ 17' \\
 \text{LHA} = 39^\circ
 \end{array} \right\} \text{ SAME NAME } .$$

2. Der **1. Zugriff** auf die **NAO-Haupttafel** mit $\text{LAT} = 55^\circ$, $\text{LHA} = 39^\circ$ liefert

$$\begin{array}{ll}
 A = 21^\circ 10' , & (A^\circ = 21^\circ , A' = 10') \\
 B = + 28^\circ 33' , & (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{1}) \\
 Z_1 = + 56.4^\circ , & (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{2})
 \end{array}$$

und mit $A' = 10' < 30'$ folgt

$$\overline{A} = A^\circ = 21^\circ .$$

3. Nach (9) werden nun B und Dec (algebraisch) summiert zu

$$\begin{array}{rcl}
 (+) 28^\circ 33' & = & B \\
 + 23^\circ 17' & = & \text{Dec} \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{3}) \\
 \hline
 & & \begin{array}{c} 1 \quad 1 \\ \hline \end{array} \\
 F = 51^\circ 50' & > & 0 , \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{4}) \\
 \hline
 \end{array}$$

und mit $F^\circ = 51^\circ$ und $F' = 50' > 30'$ folgt

$$\overline{F} = F^\circ + 1^\circ = 52^\circ .$$

4. Der 2. Zugriff auf die NAO-Haupttafel mit $\bar{A} = 21^\circ$, $\bar{F} = 52^\circ$ liefert

$$H = 47^\circ 22' ,$$

$$P = 58^\circ 03' , \quad (P^\circ = 58^\circ , P' = 3')$$

$$Z_2 = 65.4^\circ ,$$

und mit $P' = 3' < 30'$ sowie $0.4^\circ < 0.5^\circ$ folgt

$$\bar{P} = P^\circ = 58^\circ ,$$

$$\bar{Z}_2 = 65^\circ .$$

5. Der 1. Zugriff auf die NAO-Hilftafel mit $F'' = 50'$, $\bar{P} = 58^\circ$ liefert

$$\text{corr}_1 = -8' . \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{5})$$

6. Der 2. Zugriff auf die NAO-Hilftafel mit $A' = 10'$, $\bar{Z}_2 = 65^\circ$ liefert

$$\text{corr}_2 = -4' . \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{6})$$

7. Der vorläufige Wert der Höhe wird mit den beiden Höhenkorrekturwerten zur (endgültigen) **rechnerischen Höhe** summiert:

$$\begin{array}{rcl} 47^\circ 22' & = & H \\ - & 8' & = \text{corr}_1 \\ - & 4' & = \text{corr}_2 \\ \hline & 1 & \\ H_c & = & 47^\circ 10' > 0 , \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{7}) \\ \hline \hline \end{array}$$

8. Aus den Azimutbestandteilen Z_1 und Z_2 folgt zunächst

$$\begin{array}{rcl} (+) 56.4^\circ & = & Z_1 \\ + 65.4^\circ & = & Z_2 \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{8}) \\ \hline & 1 & \\ Z & = & 121.8^\circ > 0 , \quad (\text{Vorzeichenregel } \textcircled{9}) \\ \hline \hline \end{array}$$

womit unter Anwendung der Vorzeichenregel $\textcircled{10}$ der vollkreisige **Azimut** zu

$$\begin{aligned} \alpha_{Az} = Z_n &= 360^\circ - Z \\ &= 360^\circ - 121.8^\circ = 238.2^\circ \end{aligned}$$

berechnet wird. Aus der Sextantmessung von $47^\circ 18.6'$ erhält man mit der Indexbeschickung $-1.2'$ den Kimmabstand zu

$$\text{Sextant Alt. corr. for Index} = 47^\circ 18.6' + (-1.2') = 47^\circ 17.4' .$$

Und dem Nautical Almanac entnimmt man für eine Augeshöhe von 2 m die Kimm-tiefe als **Dip Corrⁿ** = -2.5' und die **Alt. Corrⁿ** = +15.1' für den Sonnenunterrand (*lower limb*), so daß sich die **beobachtete Höhe** (*height observed*) zu

$$\begin{array}{rcl}
 47^\circ 17.4' & = & \text{Sextant Alt. corr. for Index} \\
 - \quad 2.5' & = & \text{Dip Corr}^n \\
 \hline
 & 1 & \\
 47^\circ 14.9' & = & \text{App. Alt.} \\
 + \quad 15.1' & = & \text{Alt. Corr}^n \\
 \hline
 & 11 & \\
 H_o = 47^\circ 30.0' & &
 \end{array}$$

berechnen läßt. Schließlich erfolgt die Berechnung der Höhendifferenz zu

$$\begin{array}{rcl}
 47^\circ 30.0' & = & H_o \\
 - \quad 47^\circ 10.0' & = & H_c \\
 \hline
 \Delta h = a = & + & 20.0' .
 \end{array}$$

Die Ergebnisgrößen $\Delta h = +20.0'$ und $\alpha_{Az} = 238.2^\circ$ sind somit bestimmt.⁵ ■

Beispiel 8^{NAO}: Am 20.10.2009 befindet sich der Schiffsort westlich der Biska-ya ungefähr bei 46° 21' N, 7° 43' W als gegißtem Ort. Um 11.17.12 UT wird der Sonnenoberrand mit 31° 56.5' bei einer Augeshöhe von 4 m gemessen. Die Index-beschickung des Sextanten beträgt +0.8'. Zu berechnen sind Δh und α_{Az} .

1. Der Nautical Almanac [NA] liefert für die Sonne

$$\begin{array}{rcl}
 348^\circ 48.3' & \text{für 11 UT} \\
 + \quad 4^\circ 18.0' & \text{für } 17^m 12^s \\
 \hline
 & 11 \quad 1 & \\
 t_{Gr} = \text{GHA} = 353^\circ 06.3' & \text{für 11.17.12 UT ,} \\
 \hline
 & & \\
 10^\circ 28.4' \text{ S} & \text{für 11 UT} \\
 + \quad 0.3' & \text{Corr}^n \text{ für } d = 0.9' \\
 \hline
 \text{Dec} = 10^\circ 28.7' \text{ S} & \text{für 11.17 UT .} \\
 \hline
 \end{array}$$

⁵ Die Lösung mit Taschenrechner liefert $\Delta h = +20.5'$ und $\alpha_{Az} = 238.2^\circ$, liegt also dicht an der Lösung mittels NAO-Tafel. Für die Praxis kein nennenswerter Unterschied!

Anschließend wird, da die gegebene Länge als Westlänge vorliegt, der Ortsstundenwinkel gemäß

$$t = t_{Gr} - \lambda_W$$

berechnet:

$$\begin{array}{rcl} 353^\circ 06.3' & = & t_{Gr} \\ - 7^\circ 43.0' & = & \lambda_W \\ \hline & 11 & \\ t & = & 345^\circ 23.3' . \end{array}$$

Für den Tafelzugang wird nun als erstes die gegebene Breite von $46^\circ 21' N$ auf die Breite des Rechenortes mit

$$\varphi_r = 46^\circ N, \quad LAT = 46^\circ$$

abgerundet. Als zweites wird hier der Ortsstundenwinkel von $345^\circ 23.2'$ auf

$$t|_{\text{gerundet}} = LHA = 345^\circ$$

ebenfalls abgerundet. Die Rückrechnung liefert dann die (West-)Länge des Rechenortes gemäß

$$\begin{array}{rcl} 353^\circ 06.3' & = & GHA \\ - 345^\circ 00.0' & = & LHA \\ \hline & 1 & \\ \lambda_r = LONG & = & 8^\circ 06.3' W . \end{array}$$

Als drittes wird der Deklinationsbetrag (auf volle Minuten gerundet) zu

$$Dec = 10^\circ 29'$$

festgelegt. Somit gehen aus den vorangegangenen Rechnungen zwei „Zahlenblöcke“ hervor: Zum einen der **Rechenort** mit

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_r = 46^\circ N \\ \lambda_r = 8^\circ 06.3' W \end{array} \right\} ,$$

welcher den gegebenen Schiffsort für das weitere Vorgehen in jeder Hinsicht ersetzt, und zum anderen für die weitere Rechnung die Größen

$$\left. \begin{array}{l} LAT = 46^\circ \\ Dec = 10^\circ 29' \\ LHA = 345^\circ \end{array} \right\} \text{CONTRARY NAME} .$$

$$\begin{array}{rcl}
 32^\circ 26' & = & H \\
 - & 28' & = \text{corr}_1 \\
 - & 2' & = \text{corr}_2 \\
 \hline
 & 1 & 1 \\
 H_c = 31^\circ 56' & > 0, & \text{(Vorzeichenregel \textcircled{7})} \\
 \hline
 \end{array}$$

8. Aus den Azimutbestandteilen Z_1 und Z_2 folgt zunächst

$$\begin{array}{rcl}
 (+) 79.1^\circ & = & Z_1 \\
 + 83.6^\circ & = & Z_2 \quad \text{(Vorzeichenregel \textcircled{8})} \\
 \hline
 & 1 & \\
 Z = 162.7^\circ & > 0, & \text{(Vorzeichenregel \textcircled{9})} \\
 \hline
 \end{array}$$

womit unter Anwendung der Vorzeichenregel $\textcircled{10}$ der vollkreisige **Azimut** zu

$$\alpha_{Az} = Z_n = Z = 162.7^\circ$$

berechnet wird. Aus der Sextantmessung von $31^\circ 56.5'$ erhält man mit der Indexbeschickung $+0.8'$ den Kimmabstand zu

$$\text{Sextant Alt. corr. for Index} = 31^\circ 56.5' + 0.8' = 31^\circ 57.3'.$$

Und dem Nautical Almanac entnimmt man für eine Augeshöhe von 4 m die Kimmtiefe als $\text{Dip Corr}^n = -3.5'$ und die $\text{Alt. Corr}^n = -17.6'$ für den Sonnenoberrand (*upper limb*), so daß sich die **beobachtete Höhe** (*height observed*) zu

$$\begin{array}{rcl}
 31^\circ 57.3' & = & \text{Sextant Alt. corr. for Index} \\
 - & 3.5' & = \text{Dip Corr}^n \\
 \hline
 & 1 & \\
 31^\circ 53.8' & = & \text{App. Alt.} \\
 - & 17.6' & = \text{Alt. Corr}^n \\
 \hline
 & 1 & \\
 H_o = 31^\circ 36.2' & & \\
 \hline
 \end{array}$$

berechnen läßt. Schließlich erfolgt die Berechnung der Höhendifferenz zu

$$\begin{array}{rcl}
 31^\circ 56.0' & = & H_c \\
 - 31^\circ 36.2' & = & H_o \\
 \hline
 & 11 & \\
 -\Delta h = -a = 19.8' & & . \\
 \hline
 \end{array}$$

Die Ergebnisgrößen $\Delta h = -19.8'$ und $\alpha_{Az} = 162.7^\circ$ sind somit bestimmt. ■

NAO-Tafeln im Vergleich mit logarithmischen Tafeln

Auch wenn manch erfahrener Weltumsegler bereits bei Erwähnung der Worte „Semiver-sus“ oder „Fulst“ zur Schnappatmung übergeht, ein kritischer Blick auf die Realität lohnt sich immer! Mitunter kommt überraschendes dabei heraus.

Die logarithmische Berechnung der Höhe nach (2.44, 45)^[1] einschließlich der Be-rechnung des Azimutes nach (2.47)^[1] unter Verwendung der ABC-Tafel ist von alters her das Rechenverfahren schlechthin. Im Deutschland wurden hierzu die Ta-feln von FULST [5] bzw. ROSE [6] verwendet; die Tafeln von NORIE [7] gibt es in England noch heute. Problematisch war aber von Anfang an, daß Steuerleute, Kapitäne und Marineoffiziere sehr häufig Familien entstammten, die ihren Söhnen den Besuch einer höheren, allgemeinbildenden Schule (sprich: Gymnasium) nicht ermöglichen konnten. Der Ausbildungsaufwand zur Astronomischen Navigation an den Seefahrtsschulen war folglich recht hoch.

So hat es seit dem 20. Jhd. nicht an Versuchen gefehlt, die Berechnung von Höhe und Azimut einfacher und sicherer zu machen. Es sind zahlreiche Verfahren und Tafelwerke entwickelt worden, von denen die meisten seit langem vergessen sind. „Überlebt“ hat – wenn man das mal so sagen will – vor allem die HO 249 [8] wegen ihrer extremen Einfachheit. Die damit verbundenen Genauigkeitsdefizite und den nicht unerheblichen Umfang nehmen ihre Anhänger ohne weiteres in Kauf. Auf der anderen Seite gibt es immer noch Navigatoren, die „sem sem“ nicht scheuen.

Operation	Anzahl der Operationen mit den Tafeln	
	NAO	FULST, ROSE, NORIE
Zahlen entnehmen	$A / B / Z_1$ $H / P / Z_2$ $\text{corr}_1 / \text{corr}_2$ $2 \cdot 3 + 1 + 1 = \mathbf{8}$	$\log \text{sem } t / \log \cos \varphi / \log \cos \delta$ $\text{sem } y / \text{sem} [\varphi - \delta] / z$ $A / B / Az$ $3 + 3 + 3 = \mathbf{9}$
Berechnungen durchführen (Summation)	$\lambda_r = \pm \text{LHA} \mp \text{GHA}$ $H_c = H + \text{corr}_1 + \text{corr}_2$ $F = B \pm \text{Dec}$ $Z = Z_1 + Z_2 $ $\mathbf{4}$	$(360^\circ - t = t_E) / \varphi - \delta $ $3 \times \log[\dots] \rightarrow \log \text{sem } y$ $\text{sem } y + \text{sem} [\varphi - \delta] = \text{sem } z$ $A + B = C$ $\mathbf{5 (4)}$
Vorzeichenregeln beachten	$\textcircled{1}$ \vdots $\textcircled{10}$ $\mathbf{10}$	$\varphi - \delta$ $A / B / C$ $Az \rightarrow \alpha_{Az}$ $\mathbf{5}$
$\Sigma =$	$\mathbf{22}$	$\mathbf{19 (18)}$

Tab. 1 Anzahl der „tafelbedingten“ Operationen im Vergleich

Die hier behandelten NAO-Tafeln verdienen ja schon wegen ihres extrem geringen Volumens Beachtung. Dazu bekommt man sie gratis mit jeder Ausgabe des Nautical Almanac. Ob die NAO-Tafeln wirklich zur zuverlässigen Minimalausstattung taugen, muß letztlich jeder Schiffsführer selbst beurteilen. In der Gegenüberstellung nach Tabelle 1 wird aber deutlich, daß die logarithmische Rechnung nur 19 Operationen (bzw. 18, wenn das Gestirn westlich steht) benötigt, während die NAO-Tafeln mit 22 Operationen dabei sind, wobei das Runden von Zahlen sowie das Interpolieren von Tafelwerten nicht als eigene Operation gewertet wurde.

So hat die logarithmische Rechnung von allen tafelistützten Verfahren insbesondere drei Vorteile: Sie arbeitet erstens mit dem geißten Ort (Koppelort), womit ungewöhnlich hohe Werte für Δh eine Art „Fehleralarm“ bedeuten⁶, sie ist zweitens die genaueste Methode, und drittens – das wurde zuvor deutlich – ist sie auch arm an Vorzeichen- und anderen Verfahrensregeln. Wer das Prinzip der logarithmischen Rechnung (Obertertia-Mathematik) und speziell die Abfolge der hier notwendigen Rechenschritte zur Kenntnis genommen hat, kann seine Höhenstandlinie auf der Rückseite von Schokoladenpapier ausrechnen. Dagegen ist man bei den NAO-Tafeln ohne vernünftiges Formular doch recht bescheiden dran. Denn wenn man darauf angewiesen, in Ermangelung eines solchen die vielen Vorzeichenregeln auf anschauliche Weise (gewissermaßen mit „Bordmitteln“) nachzuvollziehen, wäre das wohl ziemlich aussichtslos.

Was die meisten Navigatoren von den logarithmischen Tafeln abhält, ist die Angst vor dem **Interpolieren der Tafelwerte**. Diese ist aber völlig unberechtigt. Als erste Vereinfachungsmaßnahme kann man zur **Höhenberechnung** schon mal die Eingangsgrößen φ , δ , t und später $|\varphi - \delta|$ auf volle Minuten runden (muß man bei allen anderen Tafeln sowieso). Und bei den Zwischenwerten, d.h. beim Entlogarithmieren und „Entsemens“ wird frei-nach-Schnauze gemittelt. Dadurch verliert man zwar die Zehntelminutengenauigkeit der Höhe, aber die gibt es bei den anderen Tafeln ja auch nicht. Wer dies einige Male ausprobiert und elektronisch nachgerechnet hat, sieht sofort, wie gut das geht. Ganz abgesehen davon, daß man von Mal zu Mal besser wird – ganz automatisch.

Während die Genauigkeit der Höhenberechnung – wie zuvor beschrieben – kein Problem ist, so ist die Genauigkeit der **Azimutberechnung** erst recht keines. Denn hier sind die Anforderungen viel geringer. Ein Fehler von 1° ist völlig in Ordnung. Und wenn wahrer und geißter Schiffsort nicht zig Seemeilen auseinander liegen, wirken sich auch größere Fehler meist nicht gravierend aus. Das sollte man im Hinterkopf haben, wenn man in den ABC-Tafeln mittelt. Dies ist in sofern unangenehm, als es jeweils zwei Tafeleingänge gibt. Aber auch hier gilt: Nicht zu zaghaft mitteln – zur Not mit ganzgradigen Eingängen! Im Extremfall übrigens kann man den Azimut auch mit dem Kompaß feststellen bzw. grob prüfen, wenn einen die ABC-Tafeln denn doch überfordern sollten.

Fazit

Die NAO-Tafeln sind in ihrer Kürze und Schlichtheit faszinierend. Der mathematische Ansatz, der dahinter steht, auch. Die Vorteile werden leider von der umständlichen Handhabung mit den vielen Vorzeichenregeln „aufgefressen“. Im Notfall zu gebrauchen, wenn nichts Besseres vorhanden ist – wie schon im [NA] vermerkt. Ansonsten wenig empfehlenswert.

⁶ vgl. [1], Abschnitt 4.3.3

Dieser Artikel ist eine Ergänzung zu [1]. Damit gilt der dort formulierte Haftungsausschluß auch hier:

Haftungsausschluß

Die Autorin hat alle Sorgfalt walten lassen, um vollständige und akkurate Informationen in diesem Buch zu publizieren. Die Autorin und auch der Kreuzer Yacht Club Deutschland e.V. (KYCD) als Herausgeber übernehmen weder Garantie noch die juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für die Nutzung dieser Informationen, für deren Wirtschaftlichkeit oder fehlerfreie Funktion für bestimmten Zweck. Ferner kann weder die Autorin noch der KYCD für Schäden, die auf einer Fehlfunktion von Programmen oder ähnlichem zurückzuführen sind, haftbar gemacht werden. Auch nicht für die Verletzung von Patent- und anderen Rechten Dritter, die daraus resultieren. Autorin und KYCD übernehmen keine Gewähr dafür, daß die beschriebenen Verfahren, Programme usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in dieser Abhandlung berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

© Franka-Maria Mestemacher 2014, 2018 — Weitergabe und Vervielfältigung erlaubt.

Literaturverzeichnis

- [1] MESTEMACHER, FRANKA-MARIA: *Astronomische Navigation*. Herausgegeben vom Kreuzer Yacht Club Deutschland e.V. (KYCD). 3. Auflage. Kruse, Stralsund 2018

- [2] BURCH, DAVID: *Celestial Navigation*. A Home Study Course. Starpath Publications, Seattle (WA/USA) 2008
- [3] ZEIDLER, E. (Hrsg.): *Teubner-Taschenbuch der Mathematik*. B.G. Teubner, Wiesbaden 2003

Tafelwerke

- [4] KOLBE, GEOFFREY: *Long Term Almanac 2000-2050*. For the Sun and Selected Stars. Starpath Publications, Seattle (WA/USA) 2008
- [5] LÜTJEN; STEIN; ZWIEBLER: *Fulst Nautische Tafeln*. Arthur Geist Verlag, Bremen 1981
- [6] ROSE, GERHARD: *Nautische Tafeln*. Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1968 (in der DDR erschienen, entspricht weitgehend [5])
- [7] BLANCE, GEORGE: *Norie's Nautical Tables*. Imray, Laurie, Norie & Wilson, St. Ives (Cambridgeshire, UK) 2007
- [8] H.O.Pub.No. 249: *Sight Reduction Tables for Air Navigation*. Vol. 1-3. Defense Mapping Agency, Hydrographic/Topographic Center, Washington 1978
oder
A.P. 3270: *Rapid Sight Reduction Tables for Navigation*. Vol. 1-3. UK Hydrographic Office, Taunton (Somerset, UK) 2007/2008

Periodika

- [NA] *Nautical Almanac 20xx*. UK Hydrographic Office, Taunton (Somerset, UK) 20xx